

## SUPSI

# Master in insegnamento della matematica nella scuola media

Esame di Ammissione 2016

Analisi

Supporti consentiti

I materiali ausiliari ammessi sono una calcolatrice senza funzionalità CAS (Computer Algebra System) e un formulario matematico.

### 1. Limiti di funzioni

Calcola:

a.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x^2} =$

b.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x} =$

c.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x+1} \right)^x =$

d.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2^x - x^2) =$

### 2. Derivate

Calcola la derivata delle seguenti funzioni:

a.  $f(x) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$

b.  $g(x) = \ln \sin x$

c.  $h(x) = x^{\ln x}$

### 3. Numeri complessi

Sia data l'equazione  $(\sqrt{3} - i \cdot b)^3 = c \cdot i$  con  $b$  e  $c$  reali e  $c > 0$ .

- Risolvi l'equazione algebricamente.
- Risolvi l'equazione aiutandoti con considerazioni grafiche nel piano di Gauss.

#### 4. Studio di funzione

Data la funzione  $f(x) = \frac{|x-1|^3}{(x-2)^2}$ , determina:

- insieme di definizione e intersezione con gli assi cartesiani;
- gli asintoti;
- gli intervalli in cui  $f$  è crescente e decrescente;
- i punti di massimo e minimo relativo.

#### 5. Integrali impropri

a. Calcola  $\int_0^9 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$

- b. Determina i valori di  $p$  per i quali

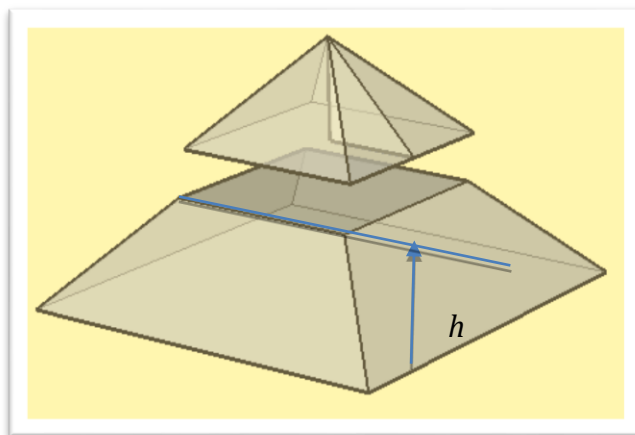
l'integrale  $\int_0^1 \frac{dx}{x^p}$  converge.

#### 6. Applicazione degli integrali

Il lavoro necessario per sollevare un corpo di massa  $m$  ad un'altezza  $h$  è pari a  $L = mgh$ .

Considera la costruzione della Piramide di Cheope, di altezza  $H = 147m$  e lato di base  $B = 230m$ , e stabilisci se al raggiungimento di metà altezza è già stato compiuto metà del lavoro.

Aiuto: il valori numerici dei dati  $H$  e  $B$  non sono necessari per la risoluzione del problema.



#### 7. Equazione differenziale

Risolvi il problema ai valori iniziali:

$$\begin{cases} \dot{x} - \sqrt{t} = \sqrt{t}x^2 \\ x(0) = 0 \end{cases}$$

