

SUPSI

**Master in insegnamento della matematica
nella scuola media**

Esame di Ammissione 2018

Analisi

Cognome e Nome del candidato:

Punti:

Valutazione:

Supporti consentiti

I materiali ausiliari ammessi sono una calcolatrice senza funzionalità CAS (Computer Algebra System) e un formulario matematico.

1. Limiti di funzioni

Calcola:

a.
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(e^{\frac{2}{x}} - 1 \right)$$

b.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\ln(1+x^2)} =$$

2. DerivateTra tutte le rette $y = kx$ trovare quella tangente al grafico di $f(x) = e^x$.Utilizzare questo risultato per determinare il numero di soluzioni dell'equazione $e^x = kx$ al variare di $k \in \mathbf{R}$.**3. Integrali**

Calcola

a.
$$\int_0^1 x \sqrt{1-x} \, dx$$

b.
$$\int_1^e x^2 \ln x \, dx$$

4. Numeri complessiData l'equazione $z^3 + (2-i)z^2 + (\lambda^2 + 1 - 2i)z - i(1 + \lambda^2) = 0$ dove λ è un parametro reale.

- Verifica che $z = i$ è soluzione.
- Determina le altre soluzioni dell'equazione.

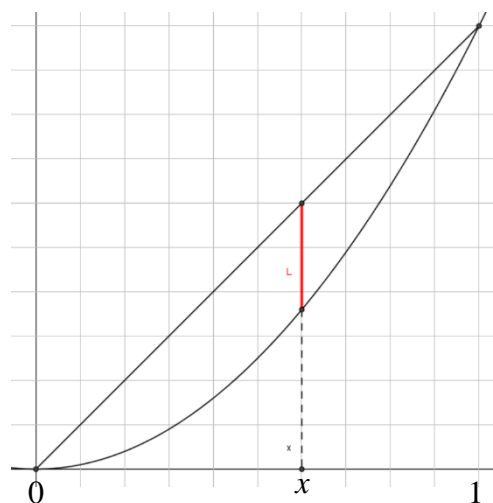
5. Estremi

Il segmento verticale nella posizione $x \in [0;1]$ è limitato dalla retta di equazione $y = x$ e dalla parabola

$y = x^2$. Considera ora il cilindro generato dalla

rotazione intorno all'ordinata di questo segmento.

- Determina la posizione x del segmento affinché il volume del cilindro sia massimo e determina tale volume massimo.
- Determina la posizione x del segmento affinché la superficie totale del cilindro (somma della superficie laterale e delle basi) sia massima e determina tale superficie massima.



6. Massimo su una curva

Data la funzione $z = f(x, y) = 2x^2 + 3x + y^2$ e la curva $C : u(x, y) = 0$ con $u(x, y) = x^2 + y^2 - 1$ e sia P il punto di massimo di f su C .

- Descrivi a parole la curva C e rappresentala in forma parametrica $\begin{cases} x(t) = \\ y(t) = \end{cases}$
- Esprimi il valore di z sulla curva C in funzione del parametro t .
- Calcola $\dot{z}(t)$ e quindi il massimo di z su C e infine il punto di massimo P .
- Verifica che nel punto di massimo P su C i gradienti di f e u sono paralleli.
- Verifica che il punto di massimo P corrisponde alle coordinate x e t di un punto critico della funzione $G(x, y, \lambda) = f(x, y) - \lambda \cdot u(x, y)$